Na semináři a k domácímu cvičení

1. Mějme $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{\triangle, \square, \diamond\}$.
   (a) Určete počet všech uspořádaných dvojic (a, b), $a \in A$, $b \in B$.
   (b) Vypište všechny uspořádané dvojice (a, b), $a \in A$, $b \in B$.
   (c) Vypište všechny uspořádané dvojice (a, b), $a \in A$, $b \in B$, pro které a odpovídá počtu vrcholů b.
   (d) Určete, kolik existuje podmnožin $A \times B = \{(a,b);\ a \in A,\ b \in B\}$.
2. Mějme $X = \{1, 2, 3, 4\}$. Určete, kolik existuje relací na X^2. Dále co nejvíce způsoby graficky znázorněte relaci $R = \{(1, 2), (2, 4), (3, 2), (4, 2), (4, 4)\}$.
3. Mějme $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Relace R je určena: $\forall x, y \in X : xRy \Leftrightarrow 3|(x - y)$. Znázorněte tuto relaci co nejvíce způsoby.
4. Graficky znázorněte relaci $\forall x, y \in \mathbb{R} : xRy \Leftrightarrow x + y \leq 6$.
5. Graficky znázorněte relaci $\forall x, y \in \mathbb{R} : xRy \Leftrightarrow x^2 + y^2 \leq 16$.
6. Graficky znázorněte relaci $\forall x, y \in \mathbb{R} : xRy \Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 > y$.
7. Graficky znázorněte relaci $\forall x, y \in \mathbb{R} : xRy \Leftrightarrow 9x^2 + 16y^2 \geq 144$.
8. A je množina lidí, R je relace býti rodičem. Určete vlastnosti relace R.
9. Určete vlastnosti relace R definované na $\mathbb{Z}^2$ jako: $xRy \Leftrightarrow |x - y| = 1$.
10. Určete vlastnosti relace R definované na X^2.
    (a) $X = \mathbb{N}$; $xRy \Leftrightarrow x|y$.
    (b) $X = \mathbb{N}$; $xRy \Leftrightarrow x + y \geq 20$.
    (c) $X = \mathbb{N}$; $xRy \Leftrightarrow x + y$ je sudé číslo.
    (d) $X = \mathbb{N}$; $xRy \Leftrightarrow x \cdot y$ je sudé číslo.
    (e) X je množina všech vektorů roviny $xRy \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R} : x = ky$.
11. Určete matici relace R definované: $\forall x, y \in X : xRy \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + y^2} \in \mathbb{N}$, kde $X = \{x \in \mathbb{N}, x < 14\}$.

Co si promyslet do příště

1. Vymyslete příklady relace R (ideálně z reálného života), která je:
   (a) reflexivní, symetrická, ale není tranzitivní.
   (b) reflexivní a tranzitivní, ale není symetrická.
   (c) symetrická a tranzitivní, ale není reflexivní.
   (d) antisymetrická, tranzitivní a není reflexivní.
2. Rozhodněte, zda je relace R na množině X ekvivalencí:
   (a) $X = \mathbb{R}$, $xRy \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 1$,
   (b) $p \in \mathbb{N}$, $X = \mathbb{N}$, $xRy \Leftrightarrow p|(x - y)$,
   (c) $X = \mathbb{Z} - \{0\}$, $xRy \Leftrightarrow (x|y \wedge y|x)$.
3. Rozhodněte, zda může pro některé přirozené číslo n být $n^2 + n + 1$ druhou mocninou přirozeného čísla. Své tvrzení dokažte.
4. Dokažte, že každé prvočíslo větší než 5 můžeme zapsat ve tvaru $6k + 1$ nebo $6k + 5$, kde $k \in \mathbb{N}$.
5. Kružnice k je grafem binární relace K dané výrokovou formou $x^2 + y^2 = r^2$. Určete graf složené relace $K \circ K = K^2$.
6. Načrtněte grafy binárních relací: (a) $|y| = \sin x$, (b) $\sin x \cdot \cos x \geq 0$.
7. Načrtněte graf funkce $f : y = \log \sin x$

Na semináři a k domácímu cvičení

1. Mějme $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{\triangle, \square, \diamond\}$.
   (a) Určete počet všech uspořádaných dvojic (a, b), $a \in A$, $b \in B$.
   (b) Vypište všechny uspořádané dvojice (a, b), $a \in A$, $b \in B$.
   (c) Vypište všechny uspořádané dvojice (a, b), $a \in A$, $b \in B$, pro které a odpovídá počtu vrcholů b.
   (d) Určete, kolik existuje podmnožin $A \times B = \{(a, b);\ a \in A,\ b \in B\}$.
2. Mějme $X = \{1, 2, 3, 4\}$. Určete, kolik existuje relací na X^2. Dále co nejvíce způsoby graficky znázorněte relaci $R = \{(1, 2), (2, 4), (3, 2), (4, 2), (4, 4)\}$.
3. Mějme $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Relace R je určena: $\forall x, y \in X : xRy \Leftrightarrow 3|(x - y)$. Znázorněte tuto relaci co nejvíce způsoby.
4. Graficky znázorněte relaci $\forall x, y \in \mathbb{R} : xRy \Leftrightarrow x + y \leq 6$.
5. Graficky znázorněte relaci $\forall x, y \in \mathbb{R} : xRy \Leftrightarrow x^2 + y^2 \leq 16$.
6. Graficky znázorněte relaci $\forall x, y \in \mathbb{R} : xRy \Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 > y$.
7. Graficky znázorněte relaci $\forall x, y \in \mathbb{R} : xRy \Leftrightarrow 9x^2 + 16y^2 \geq 144$.
8. A je množina lidí, R je relace býti rodičem. Určete vlastnosti relace R.
9. Určete vlastnosti relace R definované na $\mathbb{Z}^2$ jako: $xRy \Leftrightarrow |x - y| = 1$.
10. Určete vlastnosti relace R definované na X^2.
    (a) $X = \mathbb{N}$; $xRy \Leftrightarrow x|y$.
    (b) $X = \mathbb{N}$; $xRy \Leftrightarrow x + y \geq 20$.
    (c) $X = \mathbb{N}$; $xRy \Leftrightarrow x + y$ je sudé číslo.
    (d) $X = \mathbb{N}$; $xRy \Leftrightarrow x \cdot y$ je sudé číslo.
    (e) X je množina všech vektorů roviny $xRy \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R} : x = ky$.
11. Určete matici relace R definované: $\forall x, y \in X : xRy \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + y^2} \in \mathbb{N}$, kde $X = \{x \in \mathbb{N}, x < 14\}$.

Co si promyslet do příště

1. Vymyslete příklady relace R (ideálně z reálného života), která je:
   (a) reflexivní, symetrická, ale není tranzitivní.
   (b) reflexivní a tranzitivní, ale není symetrická.
   (c) symetrická a tranzitivní, ale není reflexivní.
   (d) antisymetrická, tranzitivní a není reflexivní.
2. Rozhodněte, zda je relace R na množině X ekvivalencí:
   (a) $X = \mathbb{R}$, $xRy \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 1$,
   (b) $p \in \mathbb{N}$, $X = \mathbb{N}$, $xRy \Leftrightarrow p|(x - y)$,
   (c) $X = \mathbb{Z} - \{0\}$, $xRy \Leftrightarrow (x|y \wedge y|x)$.
3. Rozhodněte, zda může pro některé přirozené číslo n být $n^2 + n + 1$ druhou mocninou přirozeného čísla. Své tvrzení dokažte.
4. Dokažte, že každé prvočíslo větší než 5 můžeme zapsat ve tvaru $6k + 1$ nebo $6k + 5$, kde $k \in \mathbb{N}$.
5. Kružnice k je grafem binární relace K dané výrokovou formou $x^2 + y^2 = r^2$. Určete graf složené relace $K \circ K = K^2$.
6. Načrtněte grafy binárních relací: (a) $|y| = \sin x$, (b) $\sin x \cdot \cos x \geq 0$.
7. Načrtněte graf funkce $f : y = \log \sin x$
